



Curso On-Line de Economia

Intensivo de Revisão e Exercícios 2024

Aulas 21A e 21B/42 – Macroeconomia – Modelo de Solow

Modelo Neoclássico de Crescimento: Robert Solow
Os fatores de produção – o capital e o trabalho – e a tecnologia de produção são as fontes de produção da economia e, portanto, de sua renda. As diferenças de renda se devem, assim, às diferenças de capital, trabalho e tecnologia.
Existem modelos que procuram explicar a elevação da capacidade produtiva ao longo do tempo . Estes são os modelos de crescimento de longo prazo .
Os dois principais modelos de crescimento do produto a longo prazo são: • Modelo de Harrod-Domar, de inspiração keynesiana • Modelo de Solow, também chamado de modelo neoclássico de crescimento.
O modelo de crescimento de Solow mostra como a poupança, o crescimento da população e o progresso técnico afetam a produção e seu crescimento com o tempo.
A oferta de bens se baseia na função de produção. Ela estabelece que a produção depende do estoque de capital e da população ativa: $Y = F(K, L)$
Admite-se que a função de produção apresenta rendimentos constantes à escala.
As funções de produção que tem rendimentos constantes de escala permite que analisemos todas as quantidades produzidas da economia em relação ao tamanho da população ativa.
Para tanto, igualemos z a $1/L$ na equação anterior: $z = 1/L$ $Y/L = F(K/L, 1)$. Esta equação mostra que a quantidade de produção por trabalhador, Y/L, é uma função da quantidade de capital por trabalhador, K/L .
O tamanho da economia é irrelevante no modelo. Isso significa que podemos representar todas as quantidades produzidas por trabalhador.
A função de produção fica (representada por letras minúsculas): $y = f(k)$ Onde definimos que $f(k) = F(k, 1)$.
A inclinação da função de produção indica quanta produção adicional gera um

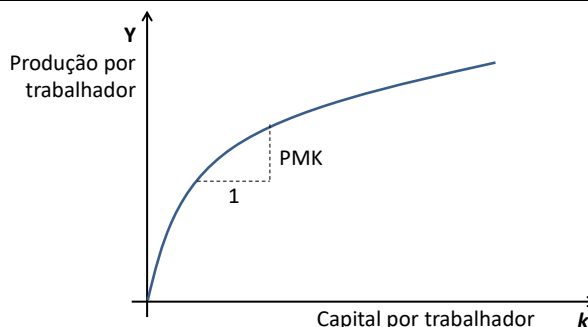


trabalhador com uma unidade adicional de capital. Essa quantidade é o produto marginal do capital, $PMgk$. $PMgK = f(k + 1) - f(k)$

O produto marginal do capital é decrescente.

A função de produção: A

função de produção mostra que a quantidade de capital por trabalhador, k , determina a quantidade de produto por trabalhador, $y = f(k)$. Sua **inclinação é o produto marginal do capital**: se k aumenta em 1 unidade, y aumenta em $PMgK$ unidades.



A **produção por trabalhador** y se divide entre **consumo por trabalhador** c e **investimento por trabalhador**, i . $y = c + i$

Esta equação é a identidade da contabilidade nacional da economia por trabalhador.

As **pessoas poupam uma proporção s de sua renda e consome uma proporção $(1 - s)$** . Esta noção pode ser expressa com a seguinte função consumo:
 $c = (1 - s)y$, onde: s = taxa de poupança e $0 < s < 1$

O **governo pode influenciar a taxa de poupança com sua política**. Assim, procuraremos descobrir qual é a taxa desejável. Por enquanto, consideramos que a **taxa de poupança é dada**.

Para vermos qual é o efeito sobre o investimento desta função consumo, devemos substituir c por $(1-s)y$ na identidade da contabilidade nacional:

$$y = c + i$$

$$y = (1-s)y + i$$

Reordenando os termos, temos: $i = sy$

Esta equação mostra que **o investimento é igual à poupança**. Portanto, a taxa de poupança s também é a proporção da produção que é dedicada ao investimento.

Dado um estoque qualquer de capital k , a função de produção $y = f(k)$ determina a quantidade de produção que a economia obtém.

A **taxa de poupança s** determina a **distribuição dessa produção entre o consumo e o investimento**.

O crescimento do estoque de capital e o estado estacionário



Em qualquer momento do tempo, o estoque de capital é um determinante da produção da economia. **O estoque de capital pode variar com o tempo e tais variações podem gerar crescimento econômico.**

Há duas forças que influenciam o estoque de capital: o investimento (+) e a depreciação (-). **O investimento**, que é o gasto em uma nova planta ou equipe e que faz com que o estoque de capital aumente. **A depreciação**, que é desgaste do capital e que faz com que o estoque de capital diminua.

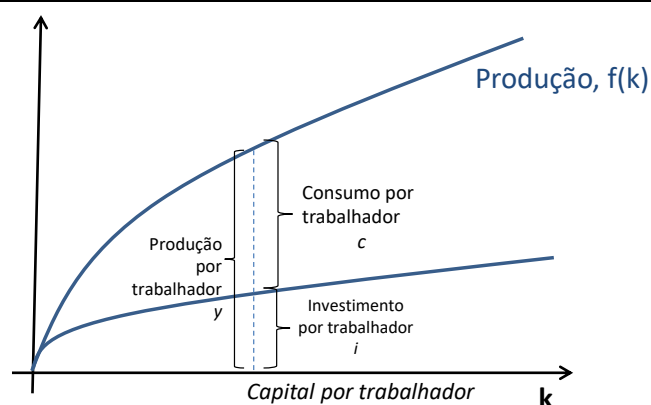
O investimento por trabalhador i é igual a sy . Substituindo y pela função de produção, é possível expressar o investimento por trabalhador em função do estoque de capital por trabalhador: $i = sf(k)$

Esta equação relaciona **o estoque de capital existente k com a acumulação de novo capital i .**

A produção, o consumo e o investimento

A taxa de poupança s determina a repartição da produção entre consumo e investimento.

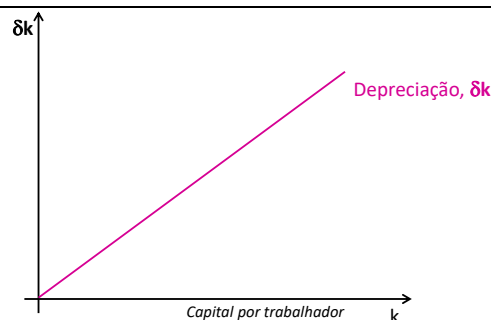
Para qualquer nível de capital k , a produção é $f(k)$, o investimento é $sf(k)$ e o consumo é $f(k) - sf(k)$.



Para introduzir a depreciação no modelo, suponha que todos os anos uma determinada proporção δ do estoque de capital se desgasta. δ = **taxa de depreciação**. Se o capital dura, em média, 25 anos, a taxa de depreciação será de 4% ao ano ($\delta = 0,04$). A quantidade de capital que se deprecia a cada ano é δk .

Depreciação

Uma proporção constante, δ , do estoque de capital se desgasta todos os anos. A depreciação é, portanto, proporcional ao estoque de capital.



A influência do investimento e da depreciação no estoque de capital pode ser expressa da seguinte maneira: Variação do estoque de capital = investimento – depreciação > $\Delta k = i - \delta k$

Δk = variação que o estoque de capital experimenta anualmente

Como o investimento i é igual a $sf(k)$, podemos expressá-lo da seguinte forma:

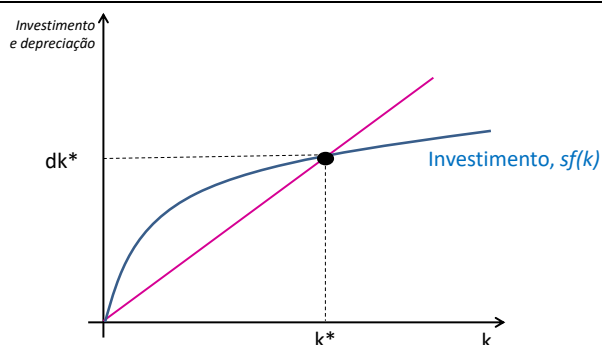


$$\Delta k = sf(k) - \delta k$$

O investimento e a depreciação

Só há um único estoque de capital onde a quantidade de investimento é igual à quantidade de depreciação.

Se a economia se encontrar neste nível de estoque de capital, o estoque de capital não variará, pois as duas forças que atuam para alterá-lo – a depreciação e o investimento – estarão exatamente equilibradas.

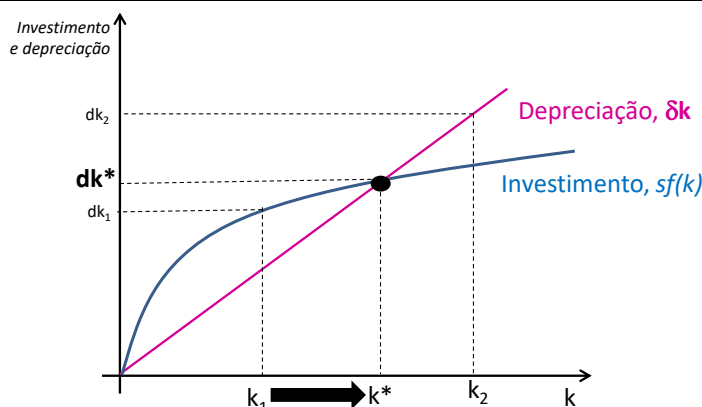


Em k^* , $\Delta k = 0$, pois o estoque de capital k e a produção $f(k)$ são constantes com o tempo (em lugar de crescer ou diminuir).

Chamamos k^* o nível de capital existente no **estado estacionário**.

O investimento, a depreciação e o estado estacionário

O nível de capital existente no estado estacionário, k^* , é o nível em que o investimento é igual à depreciação, o que indica que a quantidade de capital não varia com o tempo.



O estoque de capital aumenta porque o investimento é maior que a depreciação.

O estoque de capital diminui porque a depreciação é maior que o investimento.

O estado estacionário é importante por duas razões.

1. Uma economia que se encontre no estado estacionário **permanecerá nele**.
2. Uma economia que não se encontre no estado estacionário acabará nele (**convergir para ele**).

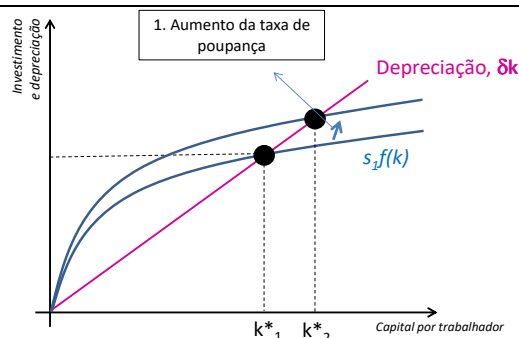
O estado estacionário representa o equilíbrio da economia.

Isso significa que, qualquer que seja o nível de capital que a economia se inicie, acabará tendo o nível de capital **correspondente ao estado estacionário**.

Para compreender as **diferenças entre o crescimento** dos países, devemos avaliar as **diferentes taxas de poupança**.



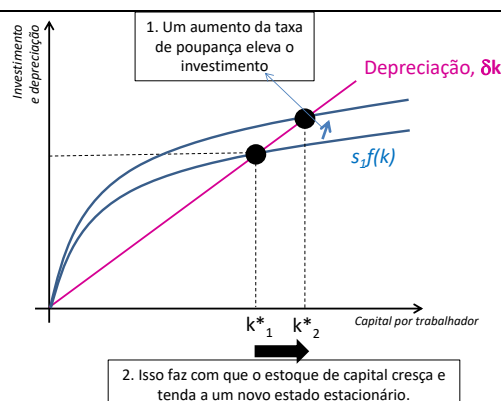
Admite-se que a economia inicia encontrando-se em um **estado estacionário** em que a taxa de poupança é s_1 e o estoque de capital é k^*_1 . Quando a taxa de poupança aumenta de s_1 para s_2 , a curva $sf(k)$ se desloca para cima.



- ✓ À taxa inicial de poupança, s_1 , e o estoque inicial de capital k^*_1 , a quantidade de investimento é o inverso da taxa de depreciação.
- ✓ Imediatamente depois que a taxa de poupança aumenta, o investimento é maior, mas o estoque de capital e a depreciação não variam.
- ✓ Portanto, o investimento é superior à depreciação.

O estoque de capital aumenta gradualmente **até que a economia alcança o novo estado estacionário, k^*_2** , que tem um estoque de capital maior e um nível de produção mais alto que o estado estacionário inicial.

- No estado estacionário inicial k^*_1 , agora o investimento é maior que a depreciação.
- O estoque de capital aumenta até que a economia alcance um novo estado estacionário, k^*_2 , com mais capital e produção.



O modelo de Solow mostra que a **taxa de poupança é um determinante chave do estoque de capital existente no estado estacionário**.

Se a **taxa de poupança é elevada**, a economia tem um **grande estoque de capital e um alto nível de produção no estado estacionário**.

Se ela for baixa, a economia tem um **pequeno estoque de capital** e um baixo nível de produção no estado estacionário.

Esta conclusão é muito importante nas análises de política fiscal. Um déficit público pode reduzir a poupança nacional e reduzir o investimento.

Agora podemos ver que a **consequência de longo prazo de uma redução da taxa de poupança é uma redução do estoque de capital e uma redução da renda nacional**. Essa é a razão pela qual muitos economistas criticam os déficits orçamentários persistentes.



No modelo de Solow, um aumento da poupança acelera o crescimento, mas só temporariamente. Um aumento da taxa de poupança eleva o crescimento **até que a economia alcança um novo estado estacionário.**

Se esta manter uma elevada taxa de poupança, também manterá um grande estoque de capital e um elevado nível de produção, mas não uma elevada taxa de crescimento indefinidamente.

Um aumento da taxa de poupança produz um **efeito nível**, já que no estado estacionário a taxa de poupança somente afeta **o nível de renda per capita e não sua taxa de crescimento.**

O nível de capital correspondente à Regra de Ouro

Até agora utilizamos o Modelo de Solow para verificar como a taxa de poupança e de investimento da economia determinam seus níveis de capital e renda correspondentes ao estado estacionário.

Esta análise pode levar-nos a pensar que é bom que a poupança seja alta, pois sempre gera uma renda mais alta.

No entanto, vamos admitir uma situação limite. Suponha que um país tenha uma taxa de poupança de 100%. Isso permitirá possuir o maior estoque de capital possível e a maior renda possível. Mas se toda essa renda é poupada e nada é consumida, que há de bom nisso? Vamos então usar o modelo de Solow para verificar qual é a **quantidade de acumulação de capital ótima desde o ponto de vista do bem-estar econômico.**

Comparação de estados estacionários

Suponha que os responsáveis pela política econômica resolvam fixar a taxa de poupança em um nível qualquer. Ao fazê-lo, determinam o estado estacionário da economia.

Qual é o estado estacionário que devem escolher?

O objetivo do responsável da política econômica é maximizar o bem-estar das pessoas. A elas não interessa a quantidade de capital da economia nem a quantidade de produto. Somente **a quantidade de bens e serviços que podem consumir.**

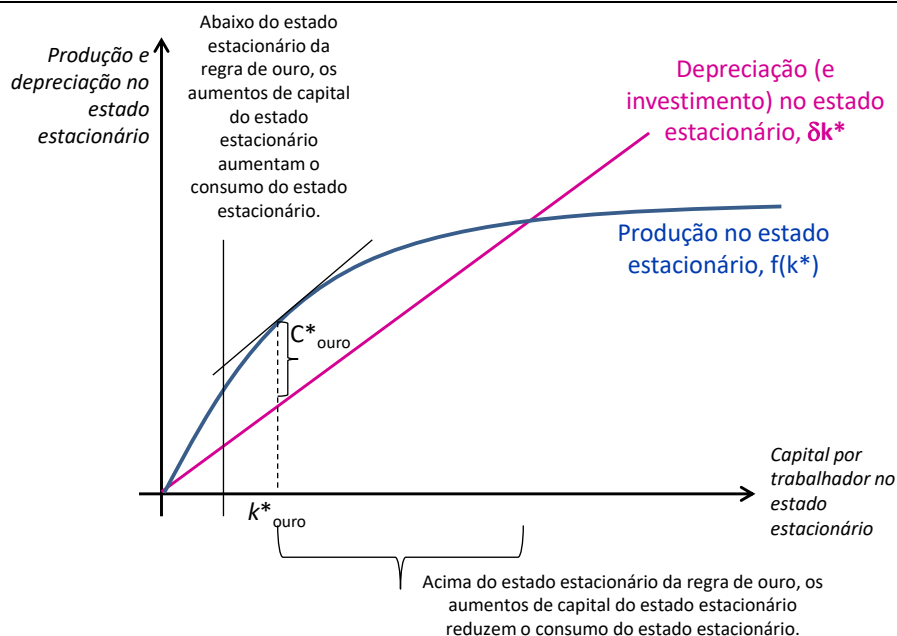
Portanto, um responsável pela política econômica **vai querer escolher um estado estacionário cujo nível de consumo seja o mais alto possível.**

O valor de **k do estado estacionário que maximiza o consumo** se denomina **nível de acumulação de capital** correspondente à regra de ouro e é representado como k^*_{ouro} .

A produção da economia é usada para consumir ou investir. **No estado**



estacionário, o investimento é igual à depreciação. Portanto, no estado estacionário, o consumo é a diferença entre a produção, $f(k^*)$ e a depreciação, δk^* . O consumo correspondente ao estado estacionário se maximiza no estado estacionário da regra de ouro. O estoque de capital correspondente à regra de ouro se representa por k^*_{ouro} e o consumo por c^*_{ouro} .



Agora podemos obter uma **condição simples** que caracteriza o nível de capital correspondente à regra de ouro. Para isso, basta recordar que a inclinação da função de produção é o produto marginal do capital, PMgK.

A inclinação da linha reta δk^* é δ . Como estas duas inclinações são iguais em k^*_{ouro} , a regra de ouro se descreve por esta equação: **PMgK = δ**

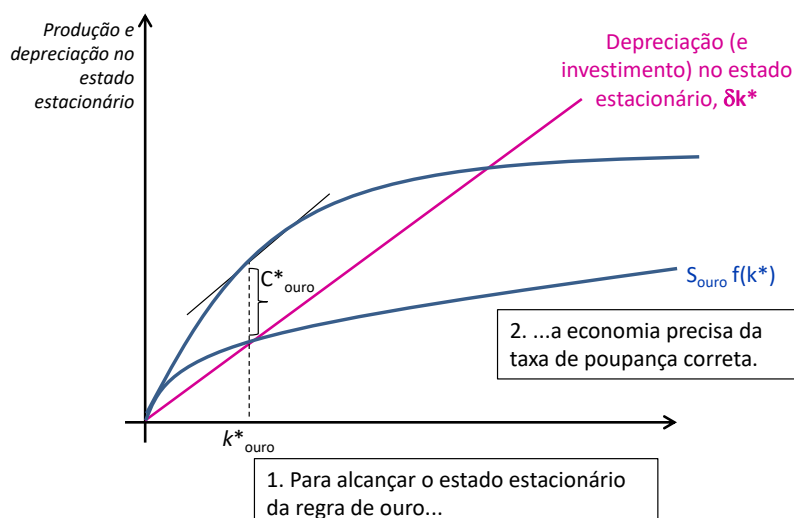
No nível de capital da regra de ouro, o produto marginal do capital é igual à taxa de depreciação.

A taxa de poupança e a regra de ouro

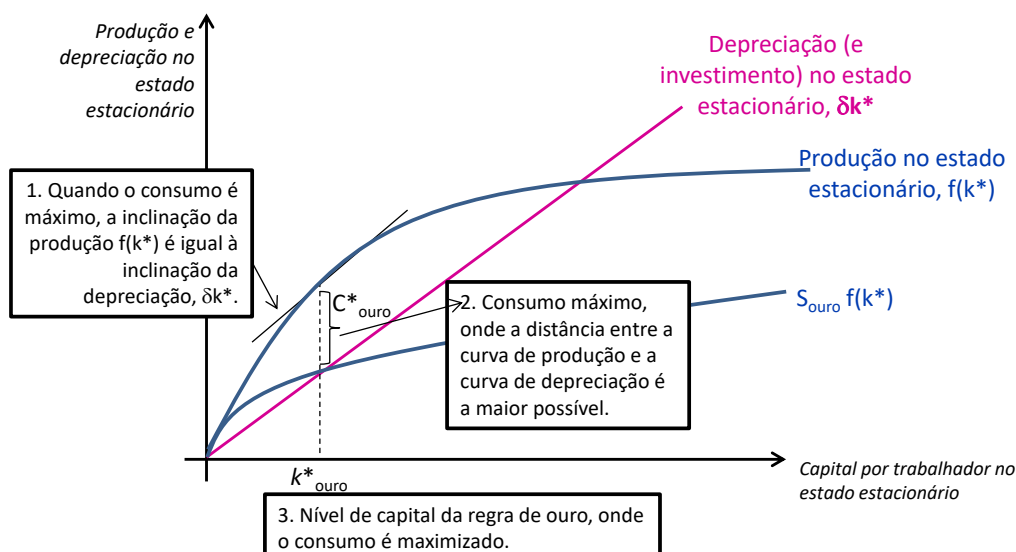
Só existe uma taxa de poupança que gera o nível de capital correspondente à regra de ouro, k^*_{ouro} . Qualquer variação da taxa de poupança deslocaria a curva $sf(k)$ e levaria a economia a um estado estacionário em que o nível de consumo seria menor.



A taxa de poupança e a regra de ouro



A regra de ouro



A transição ao estado estacionário da regra de ouro

Até agora assumimos que os operadores de política econômica podem simplesmente definir o estado estacionário da economia e seguir até ele imediatamente. Eles escolheriam o nível com maior nível de consumo, ou seja, **o estado estacionário da regra de ouro**.

Admitamos que a economia tenha alcançado um **estado estacionário distinto**. O que acontecerá com o consumo, o investimento e o capital quando a economia faz a transição de um estado estacionário a outro?

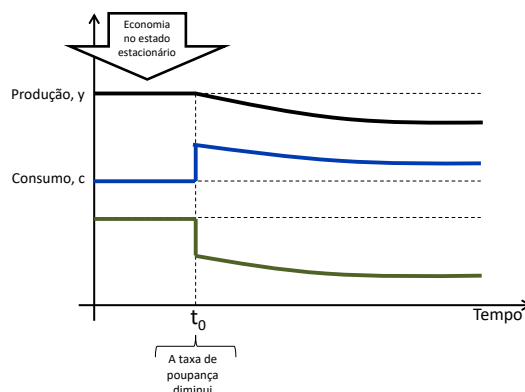
Há duas situações possíveis: a economia pode iniciar tendo mais capital do que o



estado estacionário da regra de ouro ou menos.

A figura mostra o que acontece com a produção, o consumo e o investimento ao longo do tempo quando a economia começa tendo mais capital do que o equivalente ao nível da regra de ouro e a taxa de poupança se reduz. A **redução da taxa de poupança** (no momento t_0) **provoca um aumento imediato do consumo e uma redução equivalente do investimento**. À medida que passa o tempo e o estoque de capital diminui, a produção, o consumo e o investimento caem juntos.

A redução da taxa de poupança quando a economia começa tendo mais capital do que o do estado estacionário da regra de ouro



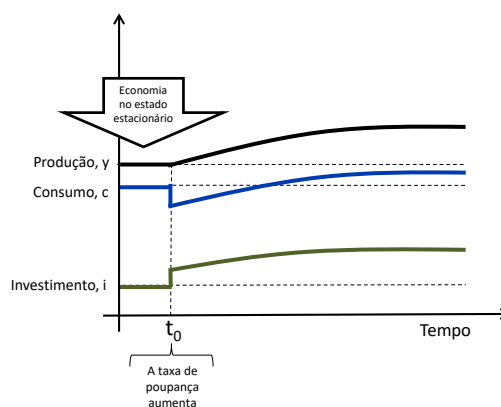
Dado que a economia começa tendo capital em excesso, o novo estado estacionário tem um nível de consumo mais alto que o inicial.

A figura mostra o que acontece com a produção, o consumo e o investimento ao longo do tempo quando a economia começa tendo **menos** capital do que o equivalente ao nível da regra de ouro e a taxa de poupança **aumenta**.

O **aumento da taxa de poupança** (no momento t_0) **provoca uma redução imediata do consumo e um aumento equivalente do investimento**.

A medida que passa o tempo e o estoque de capital aumenta, a produção, o consumo e o investimento crescem juntos.

O aumento da taxa de poupança quando a economia começa tendo menos capital do que o do estado estacionário da regra de ouro



Dado que a economia começa tendo menos capital do que o da regra de ouro, **o novo estado estacionário tem um nível de consumo mais alto que o inicial**.

O bem-estar econômico aumenta com o aumento da poupança que conduz ao estado estacionário da regra de ouro?

Sim, já que o nível de consumo é maior no estado estacionário. Mas para alcançar este novo estado estacionário (na segunda situação), é necessário um período inicial **de menor consumo**.

Quando a economia começa em um ponto acima da regra de ouro, alcançá-la gera um consumo maior em todos os momentos do tempo.

Quando a economia começa encontrando-se abaixo da regra de ouro, para alcançá-la é necessário reduzir inicialmente o consumo de hoje com o fim de aumentá-lo no futuro.